

Tratamiento Escolar de las Fracciones: Superando Algunos Obstáculos a Través del Uso de Materiales Manipulativos

Leydi Yohana Ordóñez Cruz, leydidi03@gmail.com

Estudiante de Licenciatura en Educ. Básica,
énfasis en Matemáticas

Anderson Armando Sánchez Guerrero, Chatis864@hotmail.com

Estudiante de Lic. Matemática-Física
Universidad del Valle

1. Presentación del problema

La comunicación breve que proponemos tiene fundamentalmente el propósito de ofrecer una aproximación desde una perspectiva didáctica a algunos de los obstáculos asociados al tratamiento escolar de las fracciones y a la posibilidad de afrontarlos propositivamente a partir de la integración del uso de manipulativos en la clase de matemáticas. Algunos de los obstáculos asociados al tratamiento de las fracciones remiten al hecho de que en la escuela se privilegia un tipo particular de representación y de un tratamiento excesivamente algorítmico de muchas tareas asociadas a esta noción.

Una de las dimensiones que se privilegia en nuestra presentación es la *didáctica*, que en importantes investigaciones se traduce en el reconocimiento de algunos hechos importantes en la aproximación que proponemos. Estos hechos incluyen entre otros el reconocimiento de que en clase de matemáticas se trabajan con versiones didácticas de los objetos matemáticos, permeadas frecuentemente por las concepciones de profesores y estudiantes sobre las mismas y por la propia cultura escolar.

También se plantea que buena parte de la importancia de abordar esta problemática reside en que hace posible plantear *situaciones de aprendizaje*, que permiten eventualmente que el estudiante logre ampliar el campo numérico, de los enteros a los racionales.

De igual manera se propone una aproximación desde la perspectiva semiótica planteada por Duval (1994) que señala la importancia de que los estudiantes se familiaricen con diferentes *registros de representación* y con los procesos de *traslación* entre los mismos, configurándose un acercamiento más funcional a los procesos matemáticos involucrados en la elaboración y adquisición de dicho saber.

De otra parte, ciertos investigadores sugieren integrar a las prácticas habituales de clase, una serie de *materiales manipulativos* para la enseñanza de las fracciones, que amplíen el campo de las representaciones y permitan establecer vínculos funcionales con otros

conceptos y procesos matemáticos. En efecto, se señala que las actividades matemáticas que involucran el trabajo con *material manipulativo* se asocian al proceso de formación de pensamiento matemático, que en el caso particular de las fracciones se vinculan en la posibilidad de encontrar la relación de los números naturales y los racionales (reconocer sus características, hacer representaciones, producir relaciones de orden y la aplicación de los algoritmos formales).

2. Marco de referencia conceptual

Desde una perspectiva didáctica en cuanto se refiere puntualmente a las fracciones, la comunidad de investigadores da cuenta de una serie de aspectos relacionados con el sentido y significados de las fracciones en los distintos contextos de uso. Estos incluyen entre otros:

- La fracción como expresión que vincula la parte con el todo (continuo o discontinuo). En este caso se la utiliza para indicar "la fractura" o "división en partes", respondiendo a la pregunta ¿qué parte es? del entero en cuestión.
- La fracción como reparto equitativo. Respondiendo a la pregunta ¿cuánto le corresponde a cada uno? La fracción como razón. Sirve a la pregunta ¿en qué relación están? ya que pone de manifiesto la relación que mantienen un par de números que pueden provenir de comparar: dos conjuntos distintos, por ejemplo, la razón o relación entre número de libros en la clase y número de alumnos.
- Un conjunto y un subconjunto del mismo, por ejemplo, la relación entre los 21 alumnos en total y los alumnos varones (11) de una clase puede expresarse como $11/21$ o "11 a 21".
- Dos medidas según una unidad de medida común, por ejemplo, podremos afirmar que Juan tiene una altura equivalente a $2/3$ de la de Pedro (en cm) o que la escala (razón entre la distancia entre dos puntos determinados en el mapa y su distancia real) es 1 sobre 1 000 000, lo que puede significar que un milímetro en el mapa corresponde a un kilómetro en la realidad.
- La fracción como división indicada. Para el caso en que la división sea inexacta, por ejemplo $3:7$ no da un cociente entero (0.428571...) luego puede ser conveniente dejar expresada esta división como $3/7$, lo cual es un resultado exacto. Es en este contexto en que "tres séptimos" se lee "3 dividido 7".

- La fracción como un punto de la recta numérica. Ubicadas en posiciones intermedias entre dos números enteros.
- La fracción como operador. En este caso la fracción actúa sobre otro número, en lugar de como una entidad con sentido autónomo. Esto se explicita cuando se piden, por ejemplo, los $\frac{4}{5}$ de 20 (o el 80% de 20) ó los $\frac{3}{4}$ de 56 (75% de 56).

Las investigaciones revelan que son los contextos los que caracterizan con qué sentido se usan las fracciones. Sin embargo, es preciso señalar que no siempre está claramente definido para los estudiantes el aspecto en cuestión y un mismo problema puede ser resuelto desde distintos usos de la fracción. Esta multiplicidad de significados que pueden tomar las fracciones resulta una barrera para su comprensión. La conceptualización de las fracciones lleva tiempo y los estudiantes lo necesitan para comprender, interpretar y usar sus notaciones con sentido en las diferentes aplicaciones de las mismas.

Algunas de las dificultades en la enseñanza de las fracciones se relacionan con la presencia de numerosos métodos y reglas sobre el tema. (SAIZ, 1990).

- Hay una regla para sumar fracciones de igual denominador y otra para distintos denominadores,
- Variadas reglas para comparar fracciones,
- Reglas para pasar de número mixto a fracción y viceversa
- Reglas para convertir una fracción en número decimal, etc.

En general, los alumnos no llegan a la diferenciación y construcción de estas reglas en poco tiempo y cuando los reconocen suelen memorizarlas mecanizadamente, por lo cual las confusiones, olvidos o uso parcializado de las mismas son frecuentes, hechos que se ponen claramente en evidencia en el tercer ciclo o aún en el polimodal y la universidad. (SAIZ, 1990)

La forma más común de introducción de las fracciones en la escuela básica es a través de la relación parte - todo, ejemplificada especialmente a través de los modelos espaciales (longitudes, áreas o volúmenes). Sin embargo, existen variadas dificultades que los alumnos deben sortear para lograr tener una comprensión operatoria real de esta relación. Entre ellas varios investigadores citan:

- La comprensión de la necesidad de áreas (longitudes, volúmenes) de igual tamaño.

- La transición desde el diagrama a la expresión verbal y a su simbolización.
- La comprensión de las fracciones mayores que la unidad.
- La identificación de una unidad en un diagrama que muestra varias de ellas.

La práctica educativa de los docentes puede resultar deficiente si no han construido el concepto de fracción. Los maestros deben propiciar que los alumnos adquieran los referentes necesarios para poder dar soluciones a problemáticas de manera inmediata. Pero si desconocen los diferentes significados que la estructura matemática puede adquirir, no propondrán las situaciones didácticas adecuadas. Este es un aspecto clave en la comunicación propuesta de uso e integración de materiales manipulativos.

En esta comunicación asumiremos el uso de *material manipulativo* como lo plantea Godino (1998) en el marco general de recursos didácticos en donde se considera que:

Material didáctico es cualquier medio o recurso que se usa en la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. En esta categoría se incluyen, por tanto, objetos muy diversos: desde manuales escolares -en su versión escrita, grabaciones en video, programas de ordenador, etc.- a los propios dedos de las manos, piedrecitas, calculadoras, etc.

La importancia de integrar tales recursos a la clase de matemáticas reside en que permite crear condiciones apropiadas para las *actividades experimentales*. Esto es un aspecto clave dado que la *experimentación* con diferentes materiales permite la organización de un ambiente de aprendizaje mucho más flexible y, en cierta forma, imprevisible.

De manera particular, en relación con los obstáculos relativos a las fracciones, se señala que la tendencia de introducir prematuramente *el lenguaje simbólico* de las fracciones, tiene como consecuencia que los estudiantes no logren apropiarse de los significados de esta noción.

Se reconoce que se pueden superar algunos de estos obstáculos en la medida que por una vía experimental se conecte el conocimiento informal y el conocimiento formal de los símbolos, los procedimientos y representaciones en imágenes, partiendo de las actividades con *materiales manipulativos* los cuales pueden funcionar como medios de expresión, exploración y cálculo en el trabajo matemático. Algunos de estos materiales y su aplicabilidad en el marco del tratamiento de las fracciones de acuerdo al grado escolar incluyen entre otros:

Actividades con regletas

1°	Representación de fracciones, suma y resta de fracciones con el mismo denominador
2°	Representación y comparación de fracciones, fracciones equivalentes, suma y resta

Actividades con geoplanos

3°	Representación de fracciones como partes iguales de una figura geométrica
4°	Representación de fracciones equivalentes

Actividades con tangram

5°	Comparación Tg-Tm-Tp
6°	Medir con fracciones la superficie de cada pieza respecto al tangram cuadrado.

A partir del uso de materiales manipulativos, se plantea la posibilidad de que los estudiantes identifiquen algunas características que orientan las representaciones y el uso que les puede dar a ellas, por esta razón dicho material permite una visualización “gráfica” de dicho concepto además de realizar un reconocimiento del concepto de fracción y sus diversas relaciones.

Según lo expresado por Mishler, citado por Taylor (2002), la validación es el proceso a través del cual realizamos afirmaciones y evaluamos la creatividad de observaciones, interpretaciones y generalizaciones. Esta actividad permite acceder al conocimiento de una manera indirecta en la medida que experimenta y manipula.

En general, se plantea que con la relación dialéctica entre actividades matemáticas y materiales, se logra un acercamiento, fundamentación, aprehensión o construcción de pensamiento matemático desde una visión diferente a la tradicional, en cuanto se tiene la opción de manipular materiales, hacer experimentos, enfrentarse a actividades recreativas, utilizar herramientas y resolver problemas en un ambiente flexible, agradable y ameno, donde los estudiantes toman distintos caminos para resolver las actividades planteadas, al asumir el proceso de aprendizaje como propio.

3. Metodología

La metodología que proponemos se dirige fundamentalmente a hacer visible que experimentar con materiales manipulativos (en nuestro caso a través de actividades con regletas, actividades con geoplanos y actividades con tangram en relación con las fracciones) representa entre otras cosas, inventar, crear a partir de los propios medios para hallar caminos de solución a problemas que se han planteado, generado la opción de realizar descubrimientos. En el nivel de inicio de la construcción del pensamiento matemático, esta toma de contacto no tiene que ver mucho con definiciones o reconocimientos de conceptos, sino más bien con la formación incipiente de ideas en las que, tal vez más que nunca, lo esencial es el significado.

De igual manera se reconoce que al realizar actividades con materiales manipulativos, es que el estudiante como primera medida explore las formas e interactúe con ellos, con el fin de afianzar o retomar los conceptos o nociones que tiene previamente, después de esto se le dará unas instrucciones que estarán permeadas por el saber u objeto de estudio, permitiendo realizar situaciones didácticas en las que la intervención del docente está mediada por lo que éste quiere que el estudiante construya, dejando de lado la forma tradicional de tratar las fracciones como un simple concepto o algoritmo. En este sentido las representaciones que el estudiante hace permiten un acercamiento en aras de construir un aprendizaje significativo.

4. Análisis de datos

Una manera de entender el proceso de construcción del conocimiento, y por tanto, de la noción de comprensión, se inicia con las nociones del aprendiz en un punto que permite asumir es el punto de inicio. En el caso de las fracciones puede ser la simple noción de dividir en partes equivalentes, las actividades de reconstruir la unidad o hacer comparaciones.

Al estar al tanto de las acciones educativas y los actos o variables que constantemente en ésta intervienen, se debe hacer una reflexión desde un enfoque didáctico que haga visible la comprensión, aprendizaje y el valor, que eventualmente darán a la apropiación de este objeto matemático. En este marco de referencia es importante tener en cuenta los procesos que se llevan a cabo durante la adquisición de dicho saber y las actividades o situaciones que permiten acercarse a éstos, bien sea a partir de experiencias, con

herramientas concretas y el paso de éstas a la operatoria en este caso de las fracciones, para llegar luego a las representaciones más abstractas.

5. Conclusiones.

Tenemos que potenciar la visión global del concepto de fracción para que ésta abarque todos los significados o subconceptos, cuidando especialmente los de operador y razón por las dificultades que conllevan. Nuestros escolares han construido operadores a través los materiales manipulativos.

No podemos pensar en que hay formulas que determinan la experiencia y el aprendizaje en el aula de clase, pero lo que si es posible es mostrar que existen algunos obstáculos que con el uso de *material manipulativo* pueden permitir en nuestros estudiantes hacer una reflexión cercana en aras de encontrar características que determinen un acercamiento propio de las fracciones y que los pasos siguientes sean el producto de la experiencia obtenida, de esta forma se puede desarrollar e identificar la variabilidad de aplicación los números racionales.

La invitación es a escuchar nuestros estudiantes, con el fin que sean ellos los que construyan su conocimiento, en donde la intervención del profesor sea clara y pueda brindarles herramientas, que orienten sus producciones y amplifiquen sus conocimientos. Es importante pensar en que los estudiantes pueden hacer producciones si se realiza una adecuada intervención, pues de esta manera podrá hacer relaciones que se llenan de sentido e integrará sus habilidades dejando de lado ver las fracciones con forma algorítmica y relacionándola con su entorno para de esta manera el estudiante vaya construyendo, pensamiento matemático desde la experiencia, que finalmente es nuestro objetivo.

Bibliografía.

- BATLLE, A y OTRAS. (1996). Experimentos en clase de matemáticas de primaria. En: UNO. Revista de Didáctica de las Matemáticas. Laboratorio de Matemáticas. N° 7. Graó, Barcelona.
- CANO, F. (1997). Evaluación de logros cognitivos en los grados 4o y 5o de la Educación Básica. Áreas de Matemáticas y Lenguaje. Ministerio de Educación Nacional. Santafé de Bogotá.
- CHAMORRO, M. C. *Leer, comprender, resolver un problema matemático escolar*. Los lenguajes de la ciencia. México. 2004.
- CHAMORRO, M.C. (2003): *Didáctica de las matemáticas para primaria*. (pp. 221-243)
- DE GUZMÁN, M. (1991). Tendencias Innovadoras de la Educación Matemática. Taller Subregional. Iberoamérica. Bogotá.
- DUVAL R. 1994. *Semiosis y pensamiento humano Registros semióticos y aprendizaje intelectuales*. (Eds. Vega, M). Cali, Colombia; Univalle.
- GODINO, J. (1998). Uso de material tangible y gráfico-textual en el estudio de las matemáticas: superando algunas posiciones ingenuas. En: A. M. Machado y cols. (Ed.), Actas do ProfMat 98 (pp. 117-124). Associação de Professores de Matemática: Guimaraes, Portugal
- HOLLOWAY, G. E. (1982). Concepción del espacio en el niño según Piaget. Paidós. Barcelona.

- PUIG, L. (1997). Análisis fenomenológico. En L. Rico (Coord.) *La educación matemática en la enseñanza secundaria* (págs. 61-94). Barcelona: Horsori
- RESNICK, L. y FORD, W. (1981/1990). *La enseñanza de las matemáticas y sus fundamentos psicológicos*. Ediciones Paidós Ibérica, S. A.